MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

SEZIONE I

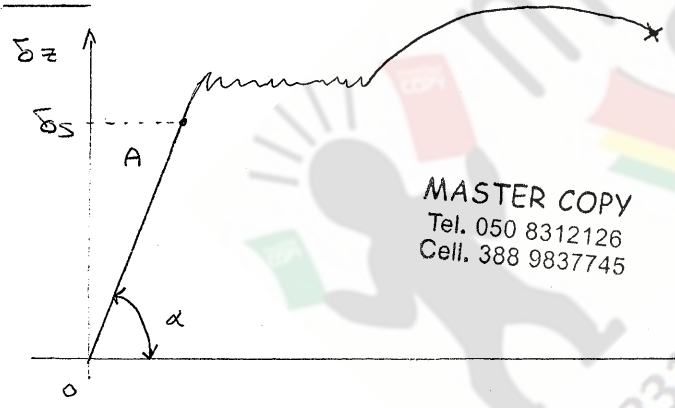
FONDAMENTI DI ANALISI LIMITE DELLE STRUTTURE

il calcolo delle reazioni vincolari — STRUTTURA IPERSTATICA ⇒ occorre tenere conto delle DEFORMAZIONI
⇒ occorre imporre CONDIZIONI DI CONGRUENZA degli SPOSTAMENTI
⇒ MATERIALE OMOGENEO ISOTROPO
} ELASTICITÀ LINEARE

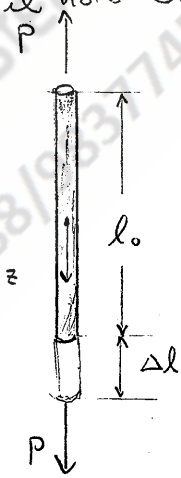
Equazioni dell'elasticità lineare

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\left[\sigma_x - \nu(\sigma_y+\sigma_z)\right] \quad ; \quad \gamma_{xy} = \frac{1}{G}\tau_{xy}$$
$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}\left[\sigma_y - \nu(\sigma_x+\sigma_z)\right] \quad ; \quad \gamma_{yz} = \frac{1}{G}\tau_{yz}$$
$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}\left[\sigma_z - \nu(\sigma_y+\sigma_x)\right] \quad ; \quad \gamma_{zx} = \frac{1}{G}\tau_{zx}$$

PROVE: STATO DI SFORZO MONOASSIALE



per il tratto $\overline{OA}$:



$$\sigma_z = E\,\varepsilon_z$$
$$\sigma_z = \frac{P}{A_0}$$
$$\varepsilon_z = \frac{\Delta l}{l_0}$$
$$E = \tan\alpha$$

una volta calcolato IN OGNI PUNTO, della struttura, LE TENSIONI INDOTTE DAI CARICHI e dalle altre fonti eventuali di sollecitazione

⇒ CONDIZIONE DI RESISTENZA

$\sigma_{id,max}$: ↳ scelgo un criterio HUBER-VON MISES

$$\sigma_{id} = \sqrt{\sigma_z^2 + 3\tau^2} \le \left\{\frac{\sigma_S}{\gamma'} \;\; \frac{\sigma_R}{\gamma_R}\right\} = \sigma_{adm}$$

σ_S : TENSIONE DI SNERVAMENTO

σ_R : TENSIONE DI ROTTURA

γ'_S, γ_R = coefficienti di sicurezza parziali

3) OSS: un materiale duttile resiste a trazione e a compressione però caratterizzato da DUE DIVERSE TENSIONI AMMISSIBILI.

OSS: $\sigma_{id\,max} \leq \sigma_{adm}$ → METODO DELLE TENSIONI AMMISSIBILI

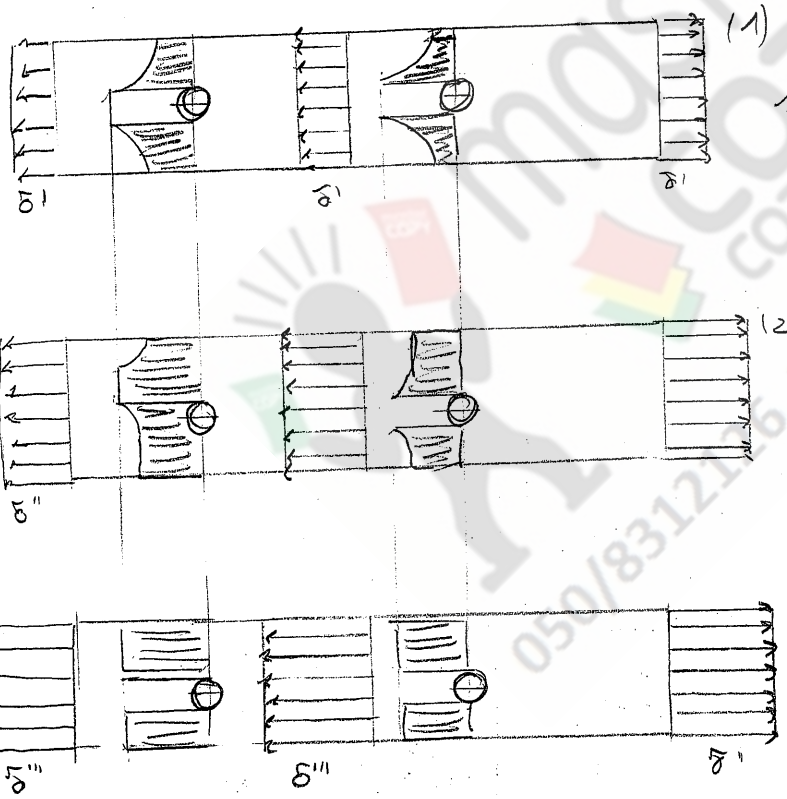
i pregi risiedono nella semplice coerenza concettuale ed operativa.

FENOMENI NON INTERPRETABILI CON L'ANALISI ELASTICA parlando di $\sigma_{id\,max}$ come $f(\sigma_z, \tau)$ non è detto che alcune zone risultino plasticizzate e che IN QUALCHE ZONA IL MATERIALE FUORIESCA DAL CAMPO ELASTICO.

Si pensi infatti a CONCENTRAZIONI DI SFORZO come PLASTICIZZAZIONI LOCALI (come nei collegamenti tra le membrature)

$\sigma' < \sigma'' < \sigma''' < \sigma_s$ = tensione di snervamento

MIGRAZIONE DELLE TENSIONI
||
PLASTICIZZAZIONE



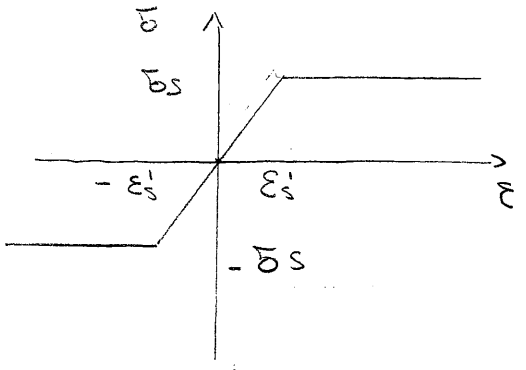
(1) Fase elastico con plasticizzazione incipiente

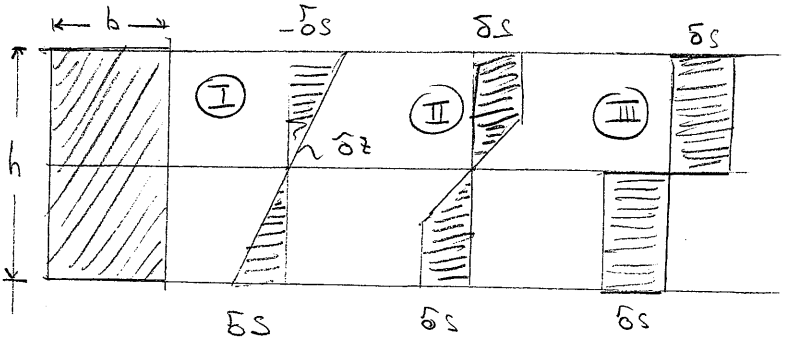
(2) Fase semplastico

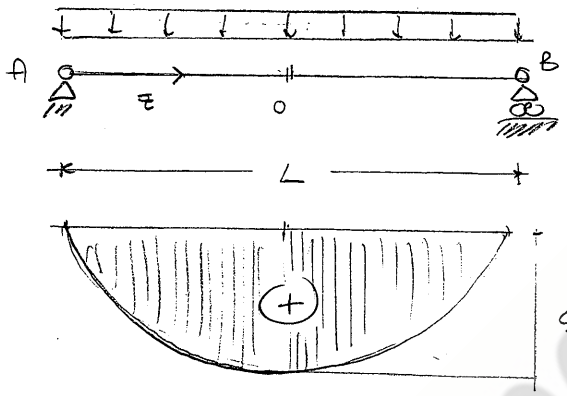
(3) Fase totalmente plastico

OSS: un altro difetto NON È POSSIBILE STIMARE LE RISORSE DI RESISTENZA CHE UNA STRUTTURA È INGRADO DI SVILUPPARE PRIMA DEL COLLASSO

③ ad esempio TRAVE SEMPLICEMENTE APPOGGIATA







OSS: lo SEZIONE PIÙ PERICOLOSA È IN MEZZERIA

$M = \frac{qL^2}{8}$ $\quad T = 0 \quad \left(T = \frac{dM}{dz}\left(z = \frac{L}{2}\right) = 0\right)$

⇒ Lo max tensione si verifica ai lembi della sezione e coincide con la tensione σ_z.

CARICO q_s' (Fase I), che produce INCIPIENTE PLASTICITÀ

per $q = q_s$ (CARICO DI SNERVAMENTO)

$$\frac{q_s L^2}{8\left(\frac{bh^2}{6}\right)} = \frac{q_s L^2}{8 W_e} = \sigma_s \rightarrow \boxed{q_s = \frac{8\sigma_s W_e}{L^2}}$$

⇒ $q_{adm} = \frac{q_s}{\gamma_s}$

⇒ CARICO AMMISSIBILE: $q_{adm} = \frac{q_s}{\gamma_s'} = \frac{\sigma_s W_e}{\gamma_s' L^2} = \frac{\sigma_{adm} W_e}{L^2}$

Per $q > q_s'$ ⇒ il momento in 0 cresce oltre il valore $M_s' = \frac{q_s L^2}{8}$ ed ai lembi della sezione le deformazioni oltrepassano il valore ε_s' mentre le tensioni crescono oltre σ_s

(Hp) SEZIONI PIANE ⟶ si entra in **Fase II semiplastica**

Per $q \gg q_s'$ ⇒ tutta la sezione trasversale è plasticizzata ⇒ si entra in **Fase III**

⇒ dopodiché la sezione O RUOTA PLASTICAMENTE sotto l'azione di un momento flettente costante M_s''

per $q = q_u$ tale che: $M_s'' = \sigma_s \frac{bh}{2}\cdot\frac{h}{2} = \sigma_s \frac{bh^2}{4} = \sigma_s W_p$ con $W_p = \frac{bh^2}{4}$

quindi $\frac{q_u L^2}{8} = M_s'' = \sigma_s \frac{bh^2}{4} = \sigma_s W_p \Rightarrow \boxed{q_u = \frac{8\sigma_s W_p}{L^2}}$

(q_u) CARICO DI COLLASSO

$$\frac{q_u}{q_s} = \frac{W_p}{W_e} \Rightarrow \boxed{q_u = \frac{3}{2} q_s = 1{,}5\, q_s}$$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

9

- **COEFFICIENTE DI SICUREZZA INTERNO** (γ_s'): quanto deve essere aumentato il carico ammissibile, o di esercizio, prima che in qualche punto della struttura si plasticizzi.

$q_u = \frac{3}{2} q_s = 1{,}5\, q_s$ ma $\boxed{q_s = \gamma_s' \, q_{adm}}$

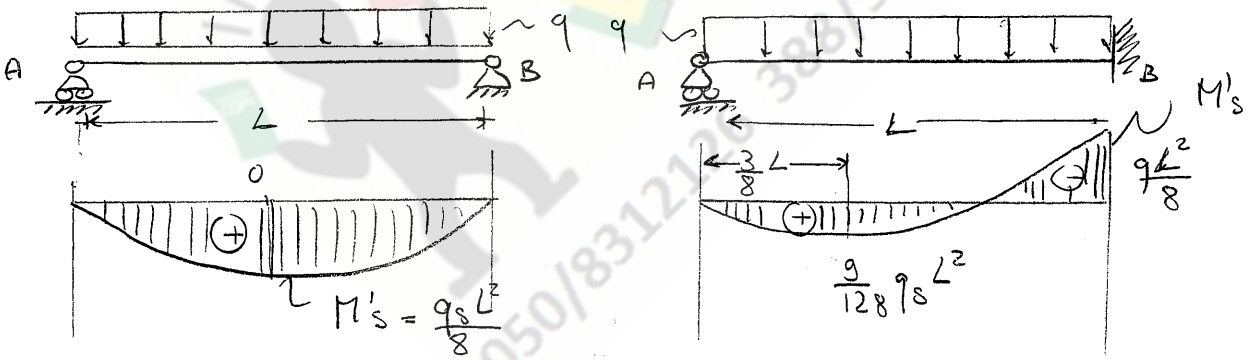
$q_u = 1{,}5\, \gamma_s' \, q_{adm} = \gamma_s'' \, q_{adm} \Rightarrow \boxed{\gamma_s'' = 1{,}5\, \gamma_s'}$

- **COEFFICIENTE DI SICUREZZA ESTERNO** (γ_s''): per quale valore si deve moltiplicare il carico di esercizio affinché si ottenga il collasso

NB $\boxed{\gamma_s'' = 1{,}5\, \gamma_s'}$

OSS: il METODO DELLE TENSIONI AMMISSIBILI coerentemente a quanto detto si limita a ricavare solo il coefficiente di sicurezza interno (NON CONSIDERANDO LA FASE ELASTO-PLASTICA)

esempio esplicativo



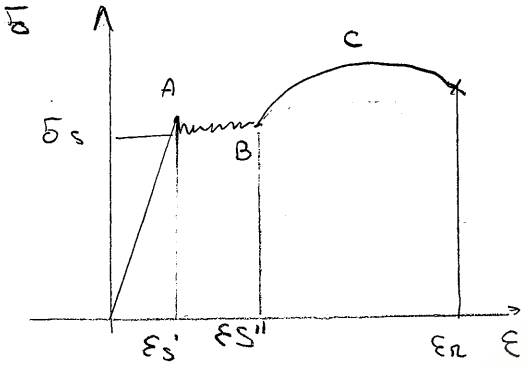
L'analisi elastica ci dice che per entrambe il max momento flettente vale $\frac{qL^2}{8}$ in modulo $\Rightarrow$ ci dice che IL CARICO DI PRIMA PLASTICIZZAZIONE È PER ENTRAMBE (q_s) e dunque entrambe ammettono lo STESSO CARICO DI ESERCIZIO con lo STESSO COEFF. DI SICUREZZA INTERNO

MA mentre per la trave semplicemente appoggiata il raggiungimento in C del momento M_s'' coincide al collasso, per quella con appoggio col incastro la FORMAZIONE DI UNA CERNIERA PLASTICA IN B corrisponde solo al DEGRADO DELLO SCHEMA DA UNA VOLTA IPERSTATICO AD ISOSTATICO

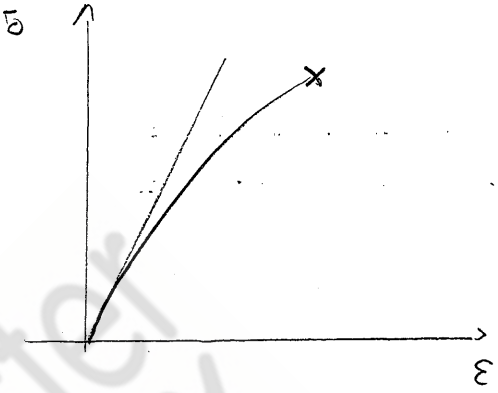
$\Rightarrow$ per portare a COLLASSO occorrerà aumentare ancora il carico fino alla formazione di un secondo cinematismo plastico

(5) STRUTTURE IPERSTATICHE che hanno subito delle plasticizzazioni sotto l'azione di certe forze conservano DISTRIBUZIONI DI SFORZI AUTOEQUILIBRATI anche quando le forze vengono completamente rimosse. → AUTOTENSIONI PLASTICHE

Legame costitutivo — TEORIA TECNICA DELLA PLASTICITÀ



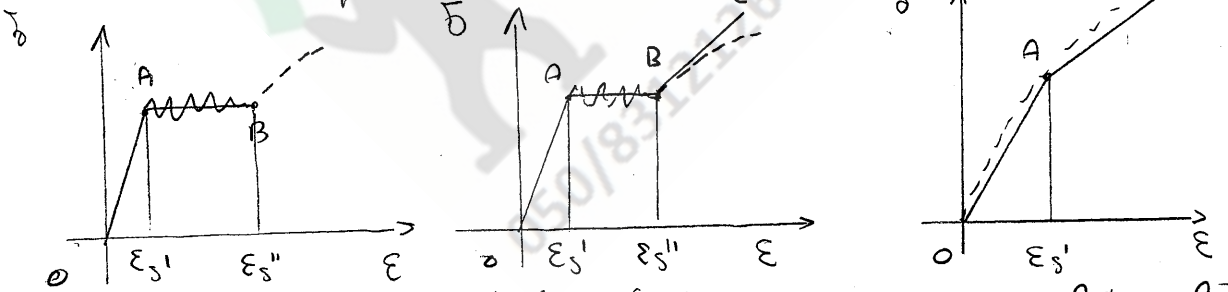
COMPORTAMENTO DUTTILE



COMPORTAMENTO FRAGILE

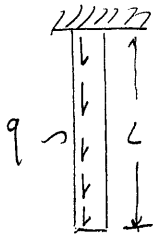
OSS: nel tratto $\bar{AB}$ deformazioni irreversibili senza che la tensione vari significativamente (PLATEAU PLASTICO)

=> PER POTER ESEGUIRE L'ANALISI MECCANICA IN CAMPO PLASTICO OCCORRE FORMULARE ANALITICAMENTE IL LEGAME COSTITUTIVO A CERCO DI SCHEMATIZZARE IL DIAGRAMMA SPERIMENTALE APPROSSIMANDOLO CON UNA O PIÙ RETTE CONVENIENTI



elasto-perfettamente plastico indefinitamente | due tipi di diagramma elasto-plastico incrudente

caso esempio:



se $\varepsilon = D\sigma^m$ $\quad \sigma_z = \frac{q z}{A} \quad = \varepsilon_z = D\sigma_z^m = D\left(\frac{q z}{A}\right)^m$

$$\Delta L = \int_0^L \varepsilon_z \, dz = \int_0^L D\left(q\frac{z}{A}\right)^m dz =$$

$$= D\left(\frac{q}{A}\right)^m \frac{L^{m+1}}{m+1}$$

$$\boxed{\Delta L = \frac{D}{m+1}\left(\frac{q}{A}\right)^m \frac{L^{m+1}}{m+1}}$$